­­­­­

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«Дальневосточный федеральный университет»**

**(ДВФУ)**

|  |
| --- |
| **ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ (ШКОЛА)**  **Департамент математического и компьютерного моделирования** |

**О Т Ч Е Т**

о прохождении производственной практики

Технологической (проектно-технологической) практики

направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

профиль «Математические и компьютерные технологии»

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | Выполнила студентка  гр. Б9121-01.03.02мкт  Рыжая А.Д\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| Отчет защищен:  с оценкой «отлично» |  | *(Ф.И.О.) (подпись)*  Руководитель практики  д.ф.-м.н., профессор  КовтанюкА.Е.\_**\_\_**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  *(Ф.И.О.) (подпись)*  «\_\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2023г. |
| Рег. № \_\_\_\_\_\_  «\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2023 г. |  | Практика пройдена в срок  с «24» июля 2023 г.  по «05» августа 2023 г.  (2 недели) |

г. Владивосток

2023

**Оглавление**

1. Введение3

2. Цель3

3. Основная часть4

4. Заключение8

5. Список литературы8

1. **Введение**

За последние годы заметен огромный прогресс в развитии медицины. Бесспорно, каждый человек хочет при необходимости получить качественную высоко квалифицированную медицинскую помощь. В некоторых ситуациях для исследования необходимо прогнозировать поведение организма при различных воздействиях, однако изучение многих процессов невозможно, и даже опасно на практике. Решением этой проблемы стала разработка математических моделей, позволяющих с высокой точностью предсказать, какое воздействие на организм оказывает даже небольшое изменение различных физических показателей. Поскольку ученые медицинской сферы не обладают необходимой квалификацией для создания математической модели необходимо сотрудничество со специалистами в области моделирования.

Одним из самых важных процессов в человеческом организме является процесс переноса кислорода клетками крови в органы. Поэтому меня и моих однокурсников очень заинтересовала тема математического моделирования движения крови в сосудистой сети человека. Недостаток кислорода может привести к серьезным последствиям, одним из которых может являться гибель клеток мозга. Следствием этого становится снижение когнитивных функций, физиологической активности человека и даже может привести к смерти.

Данная работа направлена на изучение движения крови в микрососудах. Будем описывать кровь как двухфазную жидкость, состоящую из плазмы и эритроцитов, при этом эритроциты моделируются как жидкость с высокой вязкостью (в 100 раз превышающую вязкость плазмы).

В процессе исследования была проделана общая часть работы – моделирование движения крови в микрососудах, а также была выполнена индивидуальная часть – изучение влияния изменения конкретных параметров на движение крови.

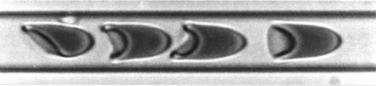
1. **Цель**

Целью проекта является моделирование движения крови в пакете FreeFEM++ с помощью метода конечных элементов. Метод конечных элементов – это численный метод решения дифференциальных уравнений с частными производными. Данный метод эффективен для решения самых разных задач механики, математической физики и техники. Также важной частью проекта стало изучение влияния коэффициента деформации эритроцитов на скорость потока крови. Кроме того, выявление закономерностей движения крови в отдельном микрососуде дает возможность для дальнейшего моделирования циркуляции крови в капиллярной сети мозга.

1. **Основная часть**

Будем рассматривать движение крови в микрососудах с диаметром капилляра 4-8 мкм, длиной 50-150 мкм. Объем эритроцита 88 Такие параметры были выбраны, поскольку при диаметре меньше 8 мкм поток крови можно будет представить как последовательность эритроцитов, движущихся друг за другом, что позволяет приблизить модель к естественному движению крови.

Ниже представлены рисунки человеческой крови в стеклянных трубках с диаметром 7 мкм (см. рисунки 1-2) при различных значениях гематокрита.



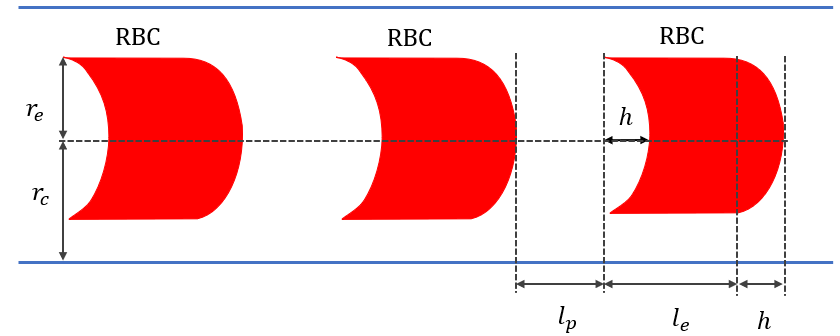
**Рис 1.** Человеческая кровь при гематокрите 0,2



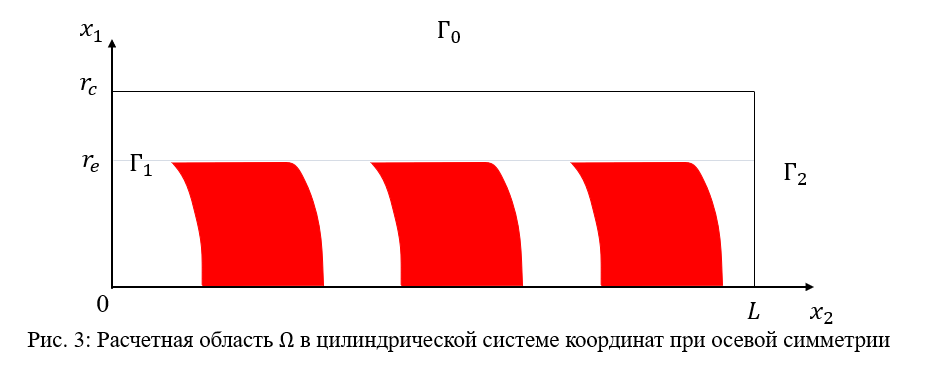
**Рис 2.** Человеческая кровь при гематокрите 0,4

Гематокрит – отношение объема эритроцитов к объему плазмы крови.

Поскольку поток крови представляется как последовательность эритроцитов (RBC), движущихся друг за другом с потоком плазмы, капилляр можно изобразить следующим образом (см. рисунок 3). Параметр описывает деформацию эритроцитов, при деформации объем эритроцита не изменяется. Дугу отклонения описываем параболой, которая однозначно определяется радиусом RBC и параметром

**Рис. 3** Схематический рисунок эритроцитов, движущихся в капилляре.

С учетом осевой симметрии движение крови изучается в области Ω, в плоскости двух цилиндрических координат: радиальной и продольной (см. рисунок 4). Здесь – радиус сосуда, – радиус эритроцита, – длина сосуда. Граничные условия задаются на следующих множествах: – стенка сосуда, – область втекания крови, – область вытекания крови.



**Рис. 4** Расчетная область в цилиндрической системе координат при осевой симметрии

Чтобы решить поставленную задачу воспользуемся уравнением Стокса:

(1)

| (2)

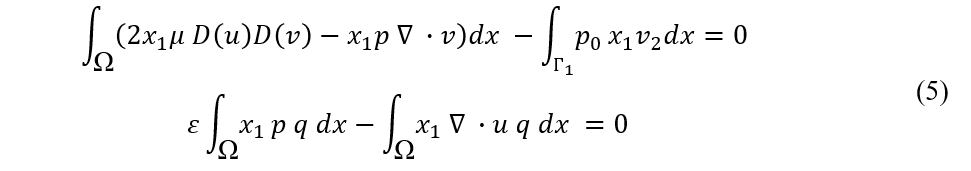
Здесь, – переменная вязкость, – вектор скоростей, – давление.

Тензор скоростей деформации и оператор дивергенции в цилиндрических координатах имеют вид:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | (3) |  |

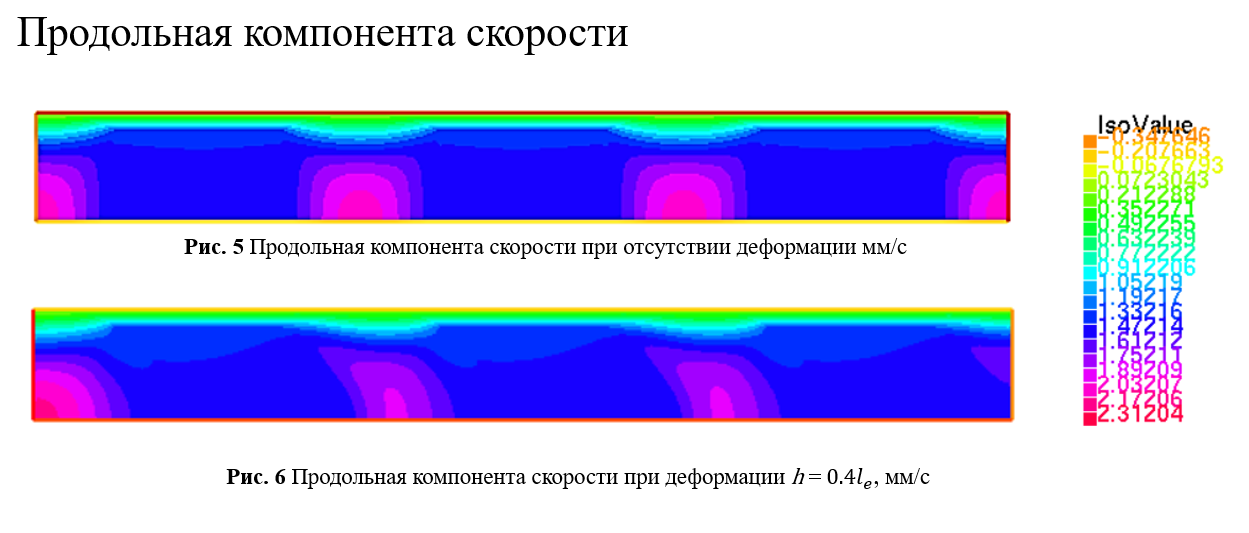
Значение переменной вязкости при попадании в эритроцит , при попадании в область плазмы .

Для реализации данной задачи методом конечных элементов выведем слабую формулировку задачи. Домножим уравнения (1) на тестовые функции, проинтегрируем по области Ω, применим формулу интегрирования по частям. В результате приходим к следующей слабой формулировке задачи:



где – вектор скоростей, – давление, , – тестовые функции.

Продольная компонента скорости выглядит следующим образом:



Зависимость скорости потока от коэффициента деформации при различных значениях линейной плотности эритроцитов представлена на рисунке 7. Линейная плотность эритроцитов – отношение объема эритроцитов к плазме.

Из результатов вычислительных экспериментов видно, что деформация эритроцитов незначительно влияет на скорость потока. Это дает основание использовать цилиндрическую форму эритроцитов при описании модельной области.

**Рис. 7** Скорость потока

Относительная погрешность при деформации эритроцитов не превосходит 3%, поэтому можно сделать вывод о стабильности и адекватности модели.

**Рис. 8** Относительная погрешность

1. **Заключение**

На основе уравнений Стокса движения жидкости с переменной вязкостью в работе разработан алгоритм нахождения поля скоростей при движении крови в микрососуде.

Осуществлена программная реализация алгоритма в пакете FreeFEM++.

1. **Список литературы**
2. Kovtanyuk A. Modeling of the cerebral blood circulation in a capillary network accounting for the influence of the endothelial surface layer / A. Kovtanyuk, V. Turova, I. Sidorenko, A. Chebotarev, R. Lampea // Computer Methods and Programs in Biomedicine. – 2022. – V. 224. – 107008.